

Comparação de Estatísticas em Análise de Séries Temporais: Aplicação a Dados Climatológicos de Salvador - BA

Euler B. S. Marinho, IGEO/UFBA; Amin Bassrei, CPGG/IGEO/UFBA & INCT-GP; Roberto F. S. Andrade, IF/UFBA

Copyright 2015, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 3-6, 2015.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

One common data analysis for time series as in the case of climate data in Salvador (BA), is to evaluate the scale property in the existing fluctuations in this series. This type of analysis allows us to identify correlations present in a signal (auto-correlation) or in two separate signals (cross-correlation), whose interpretation depends on the signal to be studied. The importance of interpretation of climate data can lead to understand the trends of extreme phenomena, in order to alert experts to adverse situations, creating conditions to mitigate the consequences and assist decision making. In this paper, the DCCA or Detrended Cross Correlation Analysis, is used to identify and characterize correlated data obtained in time series by means of cross-correlation exponents (global estimate) and coefficients (local estimate). This research is focused on specific physical parameters, however, any signal can be decomposed into a sum of complex exponentials, that is, the sum of a sine function with a cosine function. Thus, the method of spectral analysis enables the identification of the harmonics in a data series as well as the amplitude of each harmonics and the energy is distributed within a frequency band.

Introdução

Os fenômenos físicos que agem acima da superfície da Terra têm importância fundamental nas atividades humanas, influenciando diretamente tanto nos fatores positivos quanto nos negativos. Por exemplo, a chuva pode ajudar em uma região em época de seca ou promover riscos enormes em uma cidade devido a grande quantidade de água decorrente na região. Assim, para entender o sistema temporal faz-se necessário estudar as relações existentes entre os parâmetros físicos dos dados climatológicos que mostram o comportamento destes individualmente durante a sua história. Desse modo é possível desvendar os processos que atuaram e em quais condições ocorreram por meio de registros ao longo do tempo, prevendo o comportamento (periodicidade) da chuva por exemplo.

As séries temporais registram cada parâmetro ou variável em função do tempo. Como exemplos de variáveis podemos citar temperatura, pressão, umidade, radiação solar, precipitação, etc. Estes dados fornecem informações altamente valiosas ao próprio comportamento e relacionadas ao comportamento com relação aos outros parâmetros físicos.

Acredita-se que tais fenômenos físicos não ocorrem aleatoriamente, podendo-se obter uma propriedade de escala para estes fenômenos através das flutuações existentes nestas séries e visualizar o nível de periodicidade do sistema. Fazendo-se esta análise é possível identificar correlações presentes em um sinal (auto correlação) ou em dois sinais distintos (correlação cruzada), onde a interpretação vai depender do sistema a ser estudado.

No decorrer do tempo, várias ferramentas matemáticas foram sendo testadas, utilizadas e aprimoradas com o intuito de interpretar séries de dados geofísicos (Muller, 1992; Xie et al., 2007). Podemos fazer uma análise global e local nestas séries bem como uma análise espectral. Podemos avaliar o alcance das flutuações existentes nestas séries, a magnitude com que pode variar em função da escala adotada, etc.

Uma ideia chave para caracterizar as propriedades de diferentes flutuações é separar flutuações reais de contribuições devidas as tendências locais que persistem em escalas maiores. A identificação de trechos em que a série pode ser assumida como estacionária é também de grande importância (Stanley et al., 2002). A chamada análise de flutuação destendenciada ou DFA - Detrended Fluctuation Analysis (Peng et al., 1995) fornece uma boa estimativa sobre a estacionariedade através do expoente de Hurst *H* (Hurst, 1951; Mielniczuka & Wojdyoa., 2007), desde que as séries sejam estacionárias em relação ao trecho considerado.

Utilizamos neste trabalho o DCCA - Detrended Cross Correlation Analysis para poder identificar o nível de persistência entre as séries de dados por meio dos expoentes e coeficientes de Hurst e comparamos esse resultado com o fornecido pela análise espectral.

Metodologia - DCCA

Sejam dois conjuntos de séries de dados y_k e y'_k de mesmo tamanho *N* cada uma, com incrementos x_i e x'_i respectivamente, dados por,

$$y_k = \sum_{i=1}^k x_i \ e \ y'_k = \sum_{i=1}^k x'_i,$$
 (1)

onde k = 1, 2, 3, ..., N. Cada série integrada é dividida em $N - \vee + 1$ caixas de tamanho \vee . Em cada caixa classificado por (m, \vee) , com $1 \le m \le N - \vee + 1$, nós calculamos a medida da flutuação que depende do método a ser utilizado.

Avaliaremos quatro tipos de medidas de flutuação para este trabalho, dadas pelas equações, respectivamente classificados por DFA ou Detrended Fluctuation Analysis dada pela equação (2), SCCA ou Standard Cross Correlation Analysis dada pela equação (3), DCCA ou Detrended Cross Correlation Analysis dada pela equação (4)) e |*DCCA*| dada pela equação (5),

$$f_{DFA}^{2}(m, \forall) = \frac{1}{\forall} \sum_{k=I_{min(m,\forall)}}^{I_{max(m,\forall)}} [y_{k} - p_{k}(m, \forall)]^{2}, \qquad (2)$$

$$f_{SCCA}^{2}(m, \forall) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=I_{min(m,\forall)}}^{I_{max(m,\forall)}} [y_{k} - \bar{y}_{k}(m, \forall)] [y_{k}' - \bar{y}_{k}'(m, \forall)], \quad (3)$$

$$f_{DCCA}^{2}(m, \mathsf{Y}) = \frac{1}{\mathsf{V}} \sum_{k=l_{min}(m,\mathsf{Y})}^{\prime max(m,\mathsf{Y})} [y_{k} - p_{k}(m,\mathsf{Y})] [y_{k}' - p_{k}'(m,\mathsf{Y})], \quad (4)$$

$$f_{|DCCA|}^{2}(m, ^{\vee}) = \frac{1}{^{\vee}} \sum_{k=l_{min}(m, ^{\vee})}^{\prime max(m, ^{\vee})} \left[\left[y_{k} - p_{k}(m, ^{\vee}) \right] \left[y_{k}^{'} - p_{k}^{'}(m, ^{\vee}) \right] \right].$$
(5)

A indicação |*DCCA*| na equação (5) usa o valor absoluto das flutuações locais de cada série. Nas equações (2) a (5), $\bar{y} \in \bar{y}'$ são os valores médios de $y_k \in y'_k$ na caixa (m, \vee) limitada por $I_{min(m,\vee)} \in I_{max(m,\vee)}$; $p_k(m,\vee) = a(m,\vee)x_k + b(m,\vee)$ e $p'_k(m,\vee) = a'(m,\vee)x'_k + b'(m,\vee)$ são os polinômios de primeiro grau avaliados pelo método dos mínimos quadrados que expressam as tendências locais lineares da série na caixa (m,\vee) . Em particular, o $f^2_{DFA}(m,\vee)$ é um caso particular de $f^2_{DCCA}(m,\vee)$ ou $f^2_{|DCCA|}(m,\vee)$ com duas séries iguais.

Na sequência, a função de flutuação é calculada por cada largura ^v conforme

$$F_{X}^{2}(\forall) = \frac{1}{N - \forall + 1} \sum_{m=1}^{N - \forall + 1} f_{X}^{2}(m, \forall)$$

onde o subíndice X está relacionado ao método a ser utilizado, ou seja, X = DFA, SCCA, DCCA ou |DCCA|.

Se a série apresenta propriedades de escala relacionadas as correlações cruzadas, espera-se uma lei de potência $F_X(V) \sim V^{\lambda}$. O expoente λ representa a medida da correlação cruzada entre duas séries analisadas. No caso do DFA, o expoente λ torna-se equivalente ao expoente de Hurst ou rugosidade, geralmente indicado por H ou α .

Os valores de λ indicam o tipo de correlação entre as séries. Assim, tal como acontece com o expoente *H* (Feder, 1988), λ está relacionado com o conceito de persistência e anti persistência. Para $\lambda > 0,5$ a série é persistente, isto é, um grande (pequeno) aumento em uma das séries é seguido por (em média) grande (pequeno) aumento no futuro das outras séries. A anti persistente ocorre quando $\lambda < 0,5$, o que representa uma situação oposta, com ambas as séries revertendo a direção dos movimentos recentes. Finalmente, quando λ

= 0,5 os incrementos são, na média, não correlacionados com o anterior.

O coeficiente DCCA de correlação cruzada σ_{DCCA} foi proposto para quantificar a correlação cruzada entre duas séries não estacionárias (Podobnik et al., 2011; Zebende et al., 2012). Este coeficiente é definido para cada análise de escala ^V (largura das caixas) através da razão

$$\sigma_{DCCA}(\mathsf{V}) = \frac{F_{DCCA}^2(\mathsf{V})}{F_{DFA}(\mathsf{V})F_{DFA}'(\mathsf{V})}.$$

O coeficiente DCCA é uma quantidade adimensional que varia entre $-1 \le \sigma_{DCCA} \le 1$. Similar ao coeficiente de correlação padrão, $\sigma_{DCCA} = 1$ indica uma perfeita correlação cruzada enquanto que $\sigma_{DCCA} = -1$ mostra uma perfeita anti correlação. Se $\sigma_{DCCA} = 0$, não há correlação cruzada entre as séries. Como o coeficiente DCCA é uma função de escala ^V, é possível observar como a correlação cruzada entre as séries se comporta para diferentes escalas e determinar, por exemplo, se uma alta correlação cruzada vale para todas as escalas ou se há mudança de intensidade na correlação cruzada em uma determinada escala.

É importante notar que a expressão para o coeficiente DCCA usa a função flutuação $F_{DCCA}(Y)$ e não $F_{|DCCA|}(Y)$. Para esta análise, o sinal do coeficiente fornece informação sobre o tipo de correlação e o que seria perdido se os valores absolutos das flutuações fossem considerados.

Metodologia - Análise Espectral

F

A transformada discreta de Fourier de *N* termos é definida por

$$(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f(t) e^{-i2\pi \frac{\omega}{N}t},$$

sendo que a transformada inversa é dada por,

$$f(t) = \frac{1}{N} \sum_{\omega=0}^{N-1} F(\omega) e^{i2\pi \frac{\omega}{N}t},$$

onde $0 \le t \le N - 1$ e $0 \le \omega \le N - 1$ com os incrementos t e ω se relacionando como $\Delta \omega = \frac{1}{N\Delta t}$.

A transformada discreta de Fourier é apropriada para se avaliar valores em intervalos discretos da variável independente.

O espectro de amplitude é expresso pela relação entre as partes real e imaginária da função no domínio da frequência:

$$A(\omega) = \sqrt{ReF(\omega)^2 + ImF(\omega)^2}.$$

O espectro de potência de uma série totalmente aleatória é teoricamente constante, ou seja, não mostra nenhuma estrutura espectral. Por isso, ao analisarmos o espectro de uma série qualquer estamos interessados em detectar e interpretar os picos que possam existir, e as frequências às quais estão associadas. O espectro de potência é dado pelo quadrado do espectro de amplitude,

$$P(\omega) = [A(\omega)]^2$$

Um fato interessante a ser notado é que muitas variáveis geofísicas possuem um determinado comportamento que podem ser previstos. Sendo assim, no caso particular do espectro de potência, podemos obter uma proporcionalidade desse espectro de potência P(f), ou seja,

$$P(f) = \frac{1}{f^b} \Rightarrow ln[P(f)] = -b[ln(f)]$$

onde o expoente b é conhecido como expoente espectral.

O fenômeno de falseamento é um efeito que ocorre quando os dados utilizados não forem suficientemente espaçados com proximidades regulares, dando respostas de frequências não compatíveis com a realidade. Sendo assim, o sinal de entrada tem frequências maiores do que a frequência de Nyquist.

De acordo com o teorema de Nyquist, a quantidade de amostras por unidade de tempo de um sinal, chamada taxa ou frequência de amostragem, deve ser maior que o dobro da maior frequência contida no sinal a ser amostrado, para que possa ser reproduzido sem erro de falseamento. A metade da frequência de amostragem denomina-se frequência de Nyquist e é dada por,

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t},$$

e o intervalo de frequência pode ser calculado por,

$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}.$$

A partir das informações obtidas podemos obter uma relação entre o coeficiente de Hurst e o expoente espectral, que é dada por,

$$b = 2H + 1. \tag{6}$$

Resultados

O desenvolvimento deste trabalho foi baseado em dados geofísicos climatológicos que foram coletados no Instituto Nacional de Meteorologia (INMET) cujo localização possui coordenadas de 13°01' com relação a latitude sul e 38°31' com relação a longitude oeste com altitude local de 51,41 *m* no bairro de Ondina, Salvador, BA.

Foram utilizadas oito séries temporais: pressão atmosférica (*hPa*), umidade (%), precipitação (*mm*), radiação solar (W/m^2), evaporação (*mm*), temperatura mínima (°C), temperatura média (°C) e temperatura máxima (°C). Esses dados, como mostrado na Figura 1, foram registrados de 1961 à 2014, totalizando em torno

de 600 amostras para cada parâmetro físico, pois os dados estão registrados em valores mensais.



Figura 1: Série temporal de temperatura máxima (°*C*), coletada na estação de Salvador, entre 1961 e 2014.

Expoentes - Análise Global DCCA

Os conjuntos originais de dados climatológicos, como o mostrado na Figura 1, foram interpretados conforme as séries integradas y_k . A subtração de dois valores subsequentes conduz para séries de passos x_i , a partir da qual duas séries adicionais de passos de magnitude e de sinal podem ser obtidas (a partir da original), respectivamente definidas por $M = |x_i|$ e $S = sign(x_i)$, onde as séries de sinais, dependendo do sinal de cada incremento da série original, terão valores 1, -1 ou 0, (Peng et al., 2001). Em seguida, as séries integradas correspondentes y_k^M e y_k^S são calculadas por meio da equação (1).

Espera-se que as séries original, magnitude e sinal possuam as suas próprias propriedades de escala.

O propósito de usar a função flutuação $F_{|DCCA|}(^{\vee})$ no lugar de $F_{DCCA}(^{\vee})$ está relacionado ao fato de que há uma redução na função flutuação causada pelas contribuições negativas devido aos possíveis diferentes sinais nos termos da equação (4). Não havendo esta troca provavelmente obteremos possíveis gráficos sem comportamento de escala (Zebende & Vassoler, 2012). Além disso, existe uma relação aproximada entre os expoentes, que já foi notada para conjuntos de dados distintos analisados em: $\lambda \approx \frac{H+H'}{2}$, onde H e H' são os expoentes de Hurst de cada série.

Para estes dados de parâmetros geofísicos climatológicos, foram feitas análises para diferentes tamanhos das séries, ou seja, o número total de observações N é dividido em sequências ^V de diversos tamanhos. Também adotou-se diferentes posições de partida na série para que fosse possível analisar subséries. A análise da série como um todo e a análise das subséries nos darão informações à respeito do comportamento fractal (Feder, 1968) dos dados por meio

dos expoentes de Hurst analisados entre os diversos tamanhos das séries, que foram obtidos através do coeficiente angular da melhor reta, pelo método dos mínimos quadrados, e que nos darão os níveis de persistência existentes para cada parâmetro físico testado.

Inicialmente, foram feitos testes para os últimos 50 anos (1961 - 2010), dando um total de 600 amostras para cada um dos oito parâmetros geofísicos estudados.

A Figura 2 mostra a dependência de $F(\vee)$ em função de \vee para as três séries: (a) y_k^M , (b) y_k^S e (c) y_k . A Tabela 1 mostra os valores dos expoentes de Hurst para cada método proposto, onde DFA (1) e SCCA (1) estão relacionados à auto correlação da primeira série de dados, DFA (2) e SCCA (2) estão relacionados à auto correlação da segunda série de dados. Por seu turno, SCCA (C) e DCCA (C) estão relacionados à correlação cruzada entre as séries de dados.

A análise da auto correlação realizada para os dados da temperatura máxima e temperatura mínima, mostrou que a série de magnitude é persistente para o DFA e SCCA. Para as séries de sinais e originais, podemos ver um comportamento anti persistente. Este comportamento se mostrou praticamente inalterável para todos os dados de parâmetros físicos climatológicos. Para a correlação cruzada, podemos ver que as séries originais e de sinais, tanto para o SCCA como para o DCCA, foram todas anti persistentes, e isto prevaleceu para todos os parâmetros físicos analisados. Para as séries de magnitude, o SCCA foi bastante superestimado, dando valores bem próximos de 1, e com relação ao DCCA, tivemos comportamentos persistentes para a maior parte dos dados climatológicos.



Figura 2: Análise DCCA, da correlação cruzada entre a temperatura máxima e a temperatura mínima: F_{DFA} para a temperatura máxima, F_{DFA} para a temperatura mínima, $F_{SCCA} \in F_{|DCCA|}$.

	DFA	DFA	SCCA	SCCA	SCCA	DCCA
	(1)	(2)	(1)	(2)	(C)	(C)
Magnitude	0,56	0,58	0,98	0,99	0,99	0,61
Sinal	0,18	0,29	0,29	0,39	0,35	0,20
Original	0.06	0.08	0.02	0.03	0.02	0.07

Tabela 1: Expoentes de auto correlação e de correlação cruzada para a temperatura máxima e a temperatura mínima. DFA (1) e SCCA (1) estão relacionados à auto correlação da primeira série, DFA (2) e SCCA (2) estão relacionados à auto correlação da segunda série. SCCA (C) e DCCA (C) estão relacionados à correlação cruzada entre as séries.

Coeficientes - Análise Local DCCA

A fim de realizar uma análise local usando o coeficiente DCCA, usamos o procedimento de janela deslizante. Para tal operação, movemos a janela (subconjunto de séries) de um determinado tamanho ao longo das séries e calculamos $\sigma_{DCCA}(V)$ para cada janela. Se relacionarmos a janela V com o tempo *t*, podemos obter os coeficientes DCCA em função da escala V do tempo *t*, $\sigma_{DCCA}(V, t)$. Para este método deve-se levar em consideração o tamanho da janela a ser utilizada, pois, ela deve ser suficientemente pequena para garantir uma análise local, mas também tem que ser suficientemente grande para garantir a significância estatística da análise da flutuação. Aqui avaliamos os coeficientes de correlação cruzada DCCA para as séries de magnitude com uma janela em movimento de tamanho 200 pontos.

A barra horizontal de cores representada nos diagramas das Figura 3, que vai desde a cor preta até o vermelho, está associada ao nível de correlação existente entre os sinais dados pelos valores de $\sigma_{DCCA}(^{V}, t)$, com um intervalo $-1 \leq \sigma_{DCCA}(^{V}, t) \leq 1$. Os sinais serão anti correlacionados para valores negativos, passando por zero onde não há correlação e, por fim, para valores positivos onde os sinais são ditos correlacionados.

Tais resultados estão reacionados com os obtidos nos expoentes DCCA de correlação cruzada. Note que $\lambda > 0,5$, que representa um comportamento persistente, corresponde ao diagrama dos coeficientes do DCCA com eventos altamente correlacionados em todas as escalas para vários intervalos de tempo. A vantagem do coeficiente DCCA local para os dados climatológicos é que podemos identificar onde ocorrem os eventos altamente correlacionados e suas intensidades, enquanto que o expoente DCCA fornece justamente uma caracterização global sobre a persistência.

Nos diagramas da Figura 3 podemos vizualizar estruturas com vários pontos com coeficientes DCCA altamente correlacionados sobre todas as escalas ^V, além de sinais que estão fracamente correlacionados e anti correlacionados. Esta análise foi feita para os oito parâmetros físicos climatológicos para todos os pares existentes e conseguimos visualizar vários pontos correlacionados e anti correlacionados em toda extensão temporal.



Figura 3: Diagrama em escala de cores para os coeficientes de correlação cruzada entre duas propriedades físicas em função do tempo: (a) Radiação solar e temperatura média, (b) Radiação solar e temperatura mínima, (c) Radiação solar e umidade, (d) Radiação solar e temperatura máxima.

Análise de Fourier

Para o mesmo conjunto de dados climatológicos aplicamos o método da análise espectral com o intuito de verificar a relação existente entre a amplitude e a potência em função da frequência para cada parâmetro físico. Por meio do algortmo FFT (Temperton, 1983) plotamos os gráficos dos espectros de potência e dos espectros de amplitude em função da frequência.

Foi possível diminuir a dispersão dos dados, suavizando o espectro pela janela de Tukey-Hanning, ou seja, calculando a metade do valor do espectro em um ponto somado com os resíduos dos valores anterior e posterior, ou seja,

$$P^* = \frac{1}{4}P(f_e - 1) + \frac{1}{2}(f_e) + \frac{1}{4}P(f_e + 1)$$

Para este tipo de análise adotamos o mesmo intervalo temporal para todos os parâmetros físicos climatológicos, no caso de 50 anos, equivalente à 600 meses, indo de 1961 à 2010.

Como cada amostra foi coletada em um mês, temos que o intervalo de tempo foi de 1/12 ano. Sendo assim, podemos calcular o intervlo de frequência por

$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta t} = \frac{1}{600 \cdot 1/12} = 0.02,$$

e a frequência de Nyquist por,

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} = \frac{1}{2 \cdot 1/12} = 6$$

Espectros de Amplitude e de Potência

As Figuras 4 e 5 mostram, respectivamente, os espectros de amplitude e de potência para a temperatura máxima.



Figura 4: Espectro de amplitude suavizado da temperatura máxima (°*C*).



Figura 5: Espectro de potência suavizado da temperatura máxima (°*C*).

No espectro de amplitude, como o mostrado na Figura 4, podemos visualizar as intensidades das amplitudes em torno dos pontos de frequências 1 e 2, que estão relacionados, respectivamente, às frequências anual e semestral. Note-se que conforme esperado a componente anual tem sempre uma maior intensidade que a componente semestral.

O espectro de potência, depois da suavização, para todos os parâmetros físicos, como o mostrado na Figura 5, apresenta menores flutuações depois da suavização. Isso implicou um aumento nos expoentes espectrais. Esta técnica facilitou o ajuste linear. Como forma de comparação entre os resultados, utilizamos a equação (6) para verificar a relação existente entre b e H a partir do conhecimento dos valores de H para as séries de magnitude, sinais e originais.

Os resultados estão sintetizados na Tabela 2. As discrepâncias obtidas, para a maior parte dos resultados, foram menores que 10%.

Parâmetro físico	Expoente espectral (b)		
Temperatura máxima - (°C)	1,676		
Temperatura mínima - (°C)	1,705		
Temperatura média - (°C)	1,730		
Umidade - (%)	1,616		
Precipitação - (mm)	0,405		
Radiação solar - (W/m ²)	0,959		
Evaporação - (<i>mm</i>)	1,366		
Pressão - (<i>hPa</i>)	1,849		

Tabela 2: Expoentes espectrais, suavizados, para cada parâmetro físico analisado.

Conclusões

Com relação aos expoentes de Hurst, obtemos resultados para os valores de *H* para a autocorrelação, no método SCCA, que mostram um nível de persistência para todas as séries de magnitude, enquanto que o DFA se mostrou persistente para a maior parte dos expoentes. No entanto, as séries de sinais e originais para a autocorrelação apresentaram um comportamento anti persistente para o DFA e SCCA.

A relação $\lambda \approx \frac{H+H'}{2}$, onde *H* e *H*' são os expoentes de Hurst de cada série, pode ser confirmada para todos os pares analisados.

O valor dos coeficientes DCCA nos trouxe resultados interessantes, mostrando vários intervalos de tempo onde um determinado par de parâmetros físicos estão correlacionados e anti correlacionados.

Com relação a análise de Fourier, em primeira instância, conseguimos bons resultados para os espectros não suavizados e, com a suavização, conseguimos melhorar esses resultados eliminando as flutuações existentes, onde foi facilitado o ajuste linear para se obter o expoente espectral.

Para verificar a constância dos resultados obtidos pelos dois métodos, utilizamos a equação b = 2H + 1 para ver a relação existente entre os expoentes b e H. Os resultados foram bastante satisfatórios devido as pequenas discrepâncias obtidas, validando o método DCCA.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FINEP pelo apoio à Rede Cooperativa de Pesquisa em Geofísica de Exploração (Rede 01 – Fase 5). Euler Marinho agradece a CAPES pela bolsa de doutorado. Amin Bassrei e Roberto Andrade agradecem ao CNPq pela bolsa de produtividade de pesquisa. Amin Bassrei agradece ao CNPq e à PETROBRAS pelo apoio ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Geofísica de Petróleo (INCT-GP).

Referências

Feder, J. (1988), Fractals, Plenum Press, New York.

Hurst, H. E. (1951), Long-term storage capacity of reservoirs, Transactions of the American Society of Civil Engineers 116: 770-808.

Muller, J. (1992) Multifractal characterization of petrophysical data, Physica A 191: 284-288.

Mielniczuka, J. e Wojdyoa, P. (2007), Estimation of Hurst exponent revisited, Computational Statistics and Data Analysis 51: 4510-4525.

Peng, C. K.; Havlin, S.; Stanley, H. E.; Goldberger, A. L. (1995), Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series, Chaos Journal of Nonlinear Science 49: 82-87.

Podobnik, B.; Jiang, Z. Q.; Zhou, W. X. e Stanley, H. E. (2011), Statistical tests for power law cross-correlated processes, Physical Review E 84: 066-118.

Stanley, H. E.; Chen, Z.; Ivanov, P. C.; Hu, K. (2002), Effect of nonstationarities on detrended fluctuation analysis, Physical Review E 65: 041-107.

Xie, S.; Cheng, Q.; Chen, G.; Chen, Z.; Bao, Z. (2007), Application of local singularity in prospecting potential oil/gas targets, Nonlinear Processes in Geophysics 14: 285-292.

Temperton, C. (1983), Self-sorting mixed-radix fast Fourier transforms, Journal of Computational Physics 52: 1-23.

Zebende, G. F. & Vassoler, R. (2012), DCCA crosscorrelation coefficient apply in time series of air temperature and air relative humidity, Physica A 391: 2438-2443.